GEOMETRIE DANS L'ESPACE

I. Les différents solides

Définition

Un solide est un objet de l'espace (donc en 3D).

Il existe cinq grandes de familles de solides.

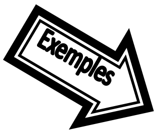
- les prismes droits (ex : une armoire, un cube, un pavé droit)
- les cylindres (ex : un bâton de colle)
- les pyramides (ex : les pyramides d'Egypte)
- les cônes (ex le cornet d'une glace)
- les sphères creuses ou pleines (ex : boule de pétanque, balle de ping-pong …)

II. Les solides droits : Pavés droits et cylindres de révolution

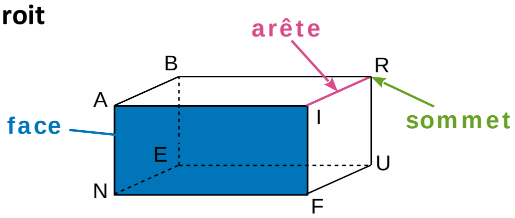
Définition 1 :

Un pavé droit est un solide qui a six faces rectangulaires.

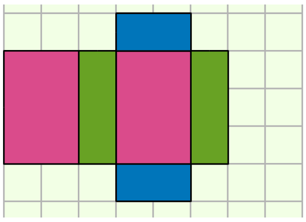
Un pavé droit dont toutes les faces sont des carrées est un cube.



Représentation en perspective cavalière d'un pavé droit



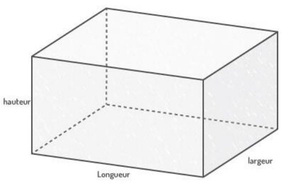
Patron d'un pavé droit

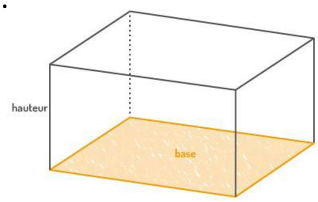


Calcul de volume d'un pavé

Le volume désigne l'espace occupé par un solide.

Pour calculer le volume d'un pavé, il faut appliquer la formule suivante :

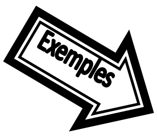




$V_{pavé\ droit} = longueur \times largeur \times hauteur$

$V_{pavé\ droit} = base \times hauteur$

N'oublie pas, pour calculer un volume, les longueurs doivent toutes être exprimées dans la même unité.

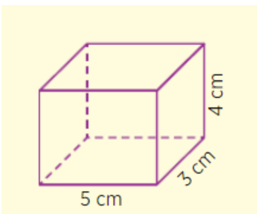


Les dimensions du pavé droit ci-contre sont :

Longueur = 5 cm ; largeur = 3 cm et hauteur = 4 cm

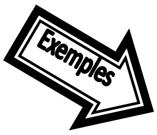
Son volume est donc : $V = 5 \times 3 \times 4 = 60$

$V = 60\ cm^3$

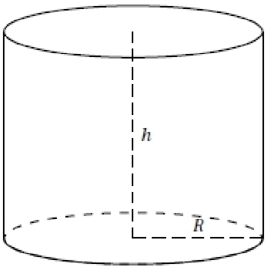


Définition 2 :

Un cylindre de révolution est un solide dont :
Les deux bases sont des disques de même de rayon et parallèles.
La surface latérale est un rectangle.
L'axe du cylindre est la droite qui passe par les centres de ses bases.

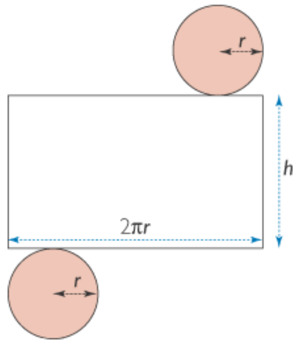


Représentation en perspective cavalière d'un cylindre



La hauteur d'un cylindre est la distance qui sépare ses deux bases.

Patron d'un cylindre



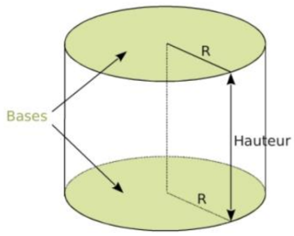
Calcul de volume d'un cylindre

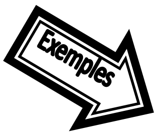
Le volume d'un cylindre est donné par la formule suivante :

$V_{cylindre} = A_{base} \times hauteur$

Or $A_{base} = \pi \times r^2$ $\qquad A_{base} = l'aire\ de\ la\ base$

Donc $V_{cylindre} = \pi \times r^2 \times h$





Quel est le volume du cylindre ci-contre.

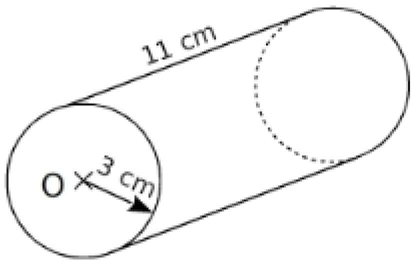
On calcule l'aire d'une base qui est un disque de rayon 3 cm.

$A_{base} = \pi \times 3 \times 3 = 9\pi\ cm^2$

On multiplie l'aire d'une base par la hauteur.

$V = A_{base} \times h = 9\pi\ cm^2 \times 11\ cm = 99\pi\ cm^3 \approx 311\ cm^3$

Le volume de cette canette est d'environ 311 cm^3



III. Les solides pointus : pyramides et cônes de révolution

Définition 1 :

Une pyramide est un solide dont :

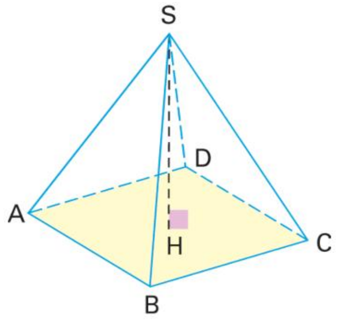
- La base est un polygone
- Les faces latérales sont des triangles qui ont un point commun.

Ce point commun est appelé le sommet de la pyramide.
La hauteur de la pyramide est la droite qui passe par le sommet de la pyramide et qui est perpendiculaire à la base.

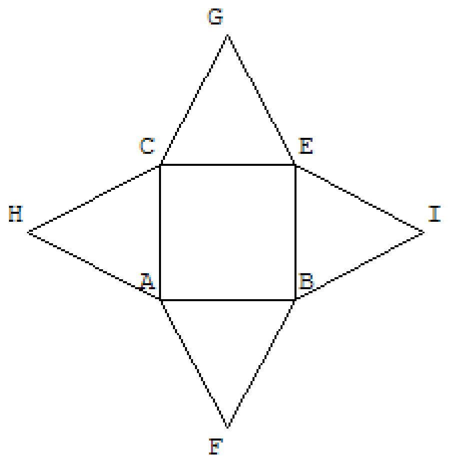
Représentation en perspective cavalière d'une pyramide dont la base est un carré :

Dans cette pyramide, on distingue :

- Le sommet S ;
- La base carrée ABCD ;
- 4 faces latérales triangulaires SAB, SBC, SCD et SDA ;
- La hauteur [SH]



Patron d'une pyramide dont la base est un carré



Remarque : une pyramide dont la base est un triangle s'appelle un **tétraèdre.**

<u>Calcul de volume d'un cylindre</u>

Le volume d'une pyramide est donné par la formule suivante :

$$V_{pyramide} = \frac{A_{base} \times hauteur}{3}$$

$$A_{base} = l'aire\ de\ la\ base$$

Quel est le volume de la pyramide ci-contre.

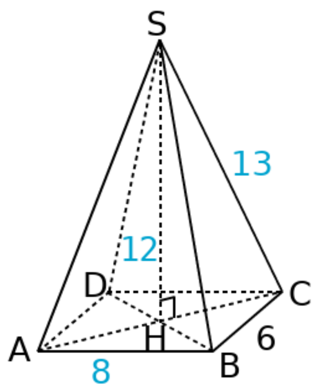
La base ABCD est rectangulaire

On calcule l'aire de la base qui est un rectangle.

$A_{base} = 8 \times 6 = 48\ cm^2$

$V = \dfrac{A_{base} \times hauteur}{3} = \dfrac{48 \times 12}{3} = 192\ cm^3$

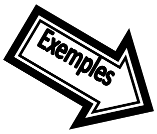
Le volume de cette pyramide est égale à $192\ cm^3$



<u>Définition 2 :</u>

Un cône de révolution est un solide engendré par la rotation d'un triangle rectangle autour d'un des côtés de son angle droit.
Il est constitué :

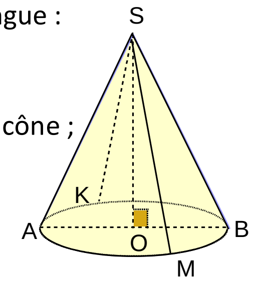
- d'un disque, appelé base du cône ;
- d'une surface conique dont l'hypoténuse du triangle est une génératrice.



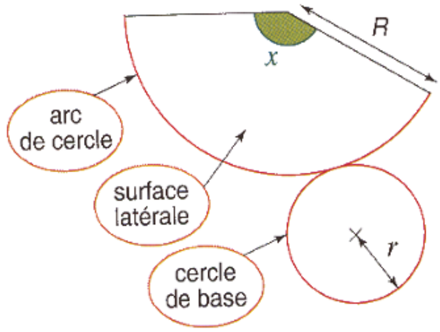
Représentation en perspective cavalière d'un cône

Dans le cône ci-contre on distingue :

- La hauteur du cône [SO]
- OA est le rayon de base du cône ;
- Une génératrice [SM]



Patron d'un cône



Le patron d'un cône a la forme ci-contre. La longueur de l'arc de cercle doit être égale au périmètre du cercle de base.

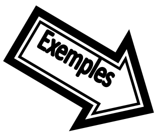
<u>Calcul de volume d'un cylindre</u>

Le volume d'un cône est donné par la formule suivante :

$V_{cone} = \frac{A_{base} \times hauteur}{3}$ $\quad A_{base} = l'aire\ de\ la\ base$

$\mathrm{A_{base}} = \pi \times r^2$

Donc $\mathrm{V_{cone}} = \frac{\pi \times r^2 \times hauteur}{3}$



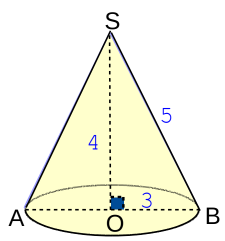
Quel est le volume du cône ci-contre.

On calcule l'aire de la base qui est un disque.

$A_{base} = \pi \times 3 \times 3 = 9\pi\ cm^2$

$V = \frac{A_{base} \times hauteur}{3} = \frac{9\pi \times 4}{3} = 12\pi\ cm^3$

Le volume de ce cône est égale à $12\pi\ cm^3$



IV. Repérage dans un pavé droit

Propriété et définition

Pour se repérer dans un pavé droit, il faut munir l'espace d'un repère c'est-à-dire choisir une origine et trois axes gradués perpendiculaires. Pour cela, on choisit :

- pour origine du repère : l'un des sommets du pavé droit ;
- et axes du repère : les trois droites contenant les trois arêtes issues de ce sommet commun.

Tout point d'un pavé droit est repéré par trois nombres :

- son abscisse, toujours nommée en premier : x ;
- son ordonnée, toujours nommée en second : y ;
- son altitude, toujours nommée en troisième : z.
- Ces trois nombres s'appellent les coordonnées du point M dans le repère et on note : M (x ; y ; z).

L'origine du repère et le point A.

Les trois axes du repère sont [AB), [AD) et [AE)

Dans ce repère, le point B a pour :

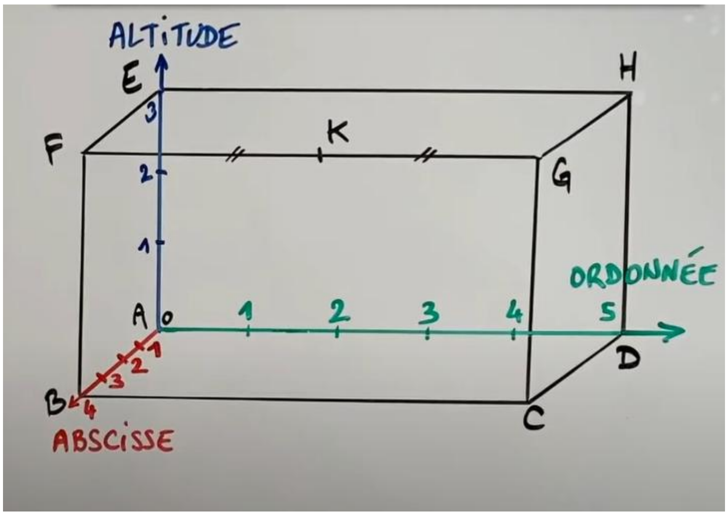
- Abscisse : 4 ;
- Ordonnée : 0 ;
- Altitude : 0 ;

On note B (4 ; 0 ; 0)

Le point G a pour :

- Abscisse : 4 ;
- Ordonnée : 5 ;
- Altitude : 3 ;

On note G (4 ; 5 ; 3)



Exercice d'application :

Dans le pavé droit ci-contre, lire les coordonnées des points I, J, K, L, M et N.

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

Placer les points suivants :

A (2 ;2 ;3) ; B (4 ;0 ;3) ; C(0 ;3 ;0) ; D (4 ;3 ;0)