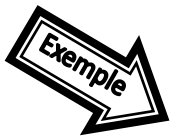


I. Connaitre la notion de fractions

Définition

Soient « a et b » deux nombres avec « b » différent de zéro. Le quotient de a par b est le nombre qui multiplié par b donne a . Ce quotient se note « $a \div b$ » ou en écriture fractionnaire « $\frac{a}{b}$ »
« a » s'appelle le **numérateur**, et « b » le **dénominateur**.



$\frac{17}{5}$ est le quotient de 17 par 5. C'est le nombre qui multiplié par 5 est égal à 17.
 $5 \times \frac{17}{5} = 17$ et $\frac{17}{5} = 17 \div 5 = 3,4$. C'est un nombre décimal.

$\frac{22}{3}$ est le quotient de 22 par 3. C'est le nombre qui multiplié par 3 est égal à 22
 $3 \times \frac{22}{3} = 22$ et $\frac{22}{3} = 22 \div 3 \approx 7,3333...$ Ce n'est pas un nombre décimal.

C'est un nombre rationnel

Remarques

1) Si a et b sont deux nombres entiers, alors $\frac{a}{b}$ s'appelle une fraction,

Exemples : $\frac{17}{5}$ est une fraction, $\frac{26,1}{6}$ est une écriture fractionnaire.

2) Tout nombre entier peut s'écrire sous la forme d'une fraction.

Exemple : $7 = \frac{7}{1}$

3) Tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme d'une fraction.

Exemple : $45,65 = \frac{45,65}{1} = \frac{4\ 565}{100}$ (c'est une fraction décimale)

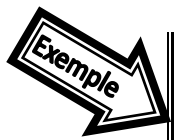
II. Fraction et droite graduée

Une fraction est un nombre qui peut être placé sur une droite graduée.

Pour placer $\frac{a}{b}$ sur une droite graduée, 3 méthodes sont possibles :

- On détermine une valeur approchée de $\frac{a}{b}$;
- On place le point A d'abscisse « a » et on partage le segment [OA] en « b » parts égales ;
- On partage l'unité en « b » parts égales et on reporte « a » fois.

On veut placer le nombre $\frac{4}{3}$ sur une droite graduée

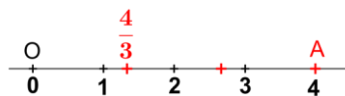


On peut déterminer une valeur approché de $\frac{4}{3}$

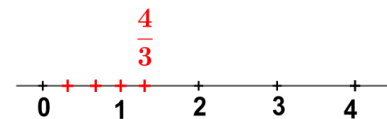
$$\frac{4}{3} \approx 1,33$$



On peut également placer le point A d'abscisse 4 et on partage le segment [OA] en trois parties égales.



On peut également partager l'unité en 3 parts égales et en prendre 4.



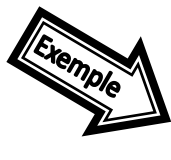
III. Reconnaitre des fractions égales

1. Propriété

Un quotient ne change pas si on multiplie (ou si on divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Soient a, b et k trois nombres avec b et k non nuls, on a :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$



$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100}$$

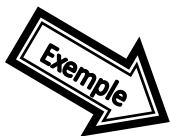
$$\frac{75}{100} = \frac{75 \div 25}{100 \div 25} = \frac{3}{4}$$

2. Application

1. transformer une écriture fractionnaire en fraction

Propriété

Un quotient de nombres décimaux (une écriture fractionnaire) peut s'écrire sous forme d'un quotient de nombres entiers (une fraction).



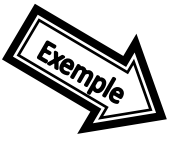
$$\frac{3,4}{2,2} = \frac{3,4 \times 10}{2,2 \times 10} = \frac{34}{22}$$

$$\frac{7,84}{2,8} = \frac{7,84 \times 100}{2,8 \times 100} = \frac{784}{280}$$

2. Diviser par un nombre décimal

Propriété

Pour diviser par un nombre décimal, on se ramène à un diviseur entier en utilisant la propriété d'égalité de quotients.



Diviser 5,61 par 0,3.

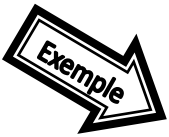
$$\frac{5,61}{0,3} = \frac{5,61 \times 10}{0,3 \times 10} = \frac{56,1}{3}$$

Ainsi $\frac{5,61}{0,3} = \frac{56,1}{3}$

3. Calcul mental diviser un nombre par 0,1 ou 0,01 ou 0,001

Propriété

Diviser un nombre par 0,1 ; 0,01 ; 0,001... revient à multiplier ce nombre par 10 ; 100 ; 1 000 ..., c'est-à-dire on agrandit de 10 ; 100 ; 1 000 ... fois ce nombre, donc on décale la virgule vers la droite de 1 ; 2 ; 3 ... rangs.



$$26,258 \div 0,1 = 262,58$$

$$\frac{0,589}{0,01} = 58,9$$

$$78,4 \div 0,001 = 78\,400$$

4. Simplifier une fraction

Définition

Simplifier une fraction, c'est écrire cette fraction avec un numérateur et un dénominateur plus petits.

Remarque :

Pour simplifier une fraction, on cherche un diviseur commun au numérateur et au dénominateur. On utilise

les tables de multiplication ou les critères de divisibilité

$$\frac{27}{45} = \frac{9 \times 3}{9 \times 5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{112}{48} = \frac{2 \times 56}{2 \times 24} = \frac{56}{24} = \frac{8 \times 7}{8 \times 3} = \frac{7}{3}$$

Quand on ne peut plus simplifier, on dit que la fraction est

IRREDUCTIBLE

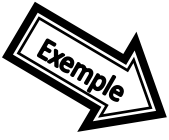
IV. Comparaison de fractions

Propriété 1

Si deux fractions ont le même dénominateur, alors la plus petite est celle qui a le plus petit numérateur.

Soient « a, b et c » trois nombres avec « b non nul » :

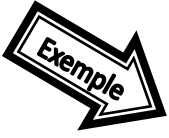
$$\text{si } a < c \text{ alors } \frac{a}{b} < \frac{c}{b}$$



Comparer $\frac{4}{9}$ et $\frac{5}{9}$ $4 < 5$ donc $\frac{4}{9} < \frac{5}{9}$

Propriété 2

Pour comparer deux ou plusieurs fractions de dénominateurs différents, on les réduit au même dénominateur puis on compare les numérateurs.



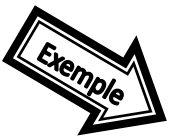
Comparer $\frac{1}{6}$ et $\frac{2}{3}$

$\frac{1}{6}$ et $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$ Or $\frac{1}{6} < \frac{4}{6}$ donc $\frac{1}{6} < \frac{2}{3}$

Propriété 3

Soient « a et b » deux nombres avec « b non nul » :

Si $a > b$ alors $\frac{a}{b} > 1$ Si $a < b$ alors $\frac{a}{b} < 1$ Si $a = b$ alors $\frac{a}{b} = 1$



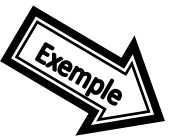
Comparer $\frac{13}{15}$ et $\frac{11}{9}$

$13 < 15$ donc $\frac{13}{15} < 1$; $11 > 9$ donc $\frac{11}{9} > 1$; Donc $\frac{13}{15} < \frac{11}{9}$

V. Exprimer une proportion

Vocabulaire

Une proportion peut s'exprimer sous forme d'une fraction, d'un nombre décimal ou d'un pourcentage.



Dans une classe de 5^{ème}, il y a 18 filles et 12 garçons.

On dit que la proportion de filles dans cette classe est égale à : $\frac{\text{nombre de filles}}{\text{nombre total d'élèves}}$

c'est-à-dire $\frac{18}{18+12} = \frac{18}{30} = \frac{6 \times 3}{6 \times 5} = \frac{3}{5} = 0,6 = \frac{60}{100} = 60\%$.

On dit ainsi que cette proportion est de $\frac{18}{30}$ ou de $\frac{3}{5}$ ou de 0,6 ou de $\frac{60}{100}$ ou de 60%.